

Relación entre teoría y práctica: Principios de diseño en los programas de formación para desarrollar la competencia mirar profesionalmente situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Pedro Ivars
Dpto. Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante
Pere.ivars@ua.es



GIDIMAT-UA



Llinares, S.



Fernández,
C.



Valls, J.



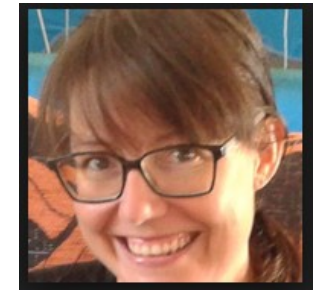
Torregrosa,
G.



Moreno,
M.



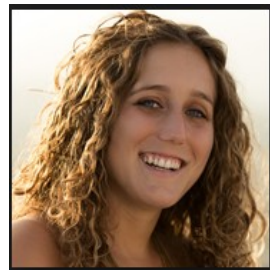
Ivars, P.



Pérez-Tyteca,
P.



Sánchez-
Matamoros,
G.



Buforn, A.



Monje,
J.



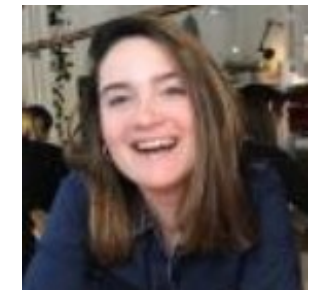
González-
Forte, J.M



Bernabeu,
-



Saorín, A.



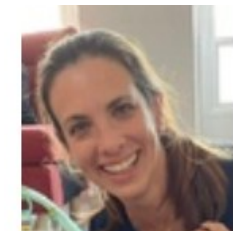
Zorrilla, C.



Montero,
E.



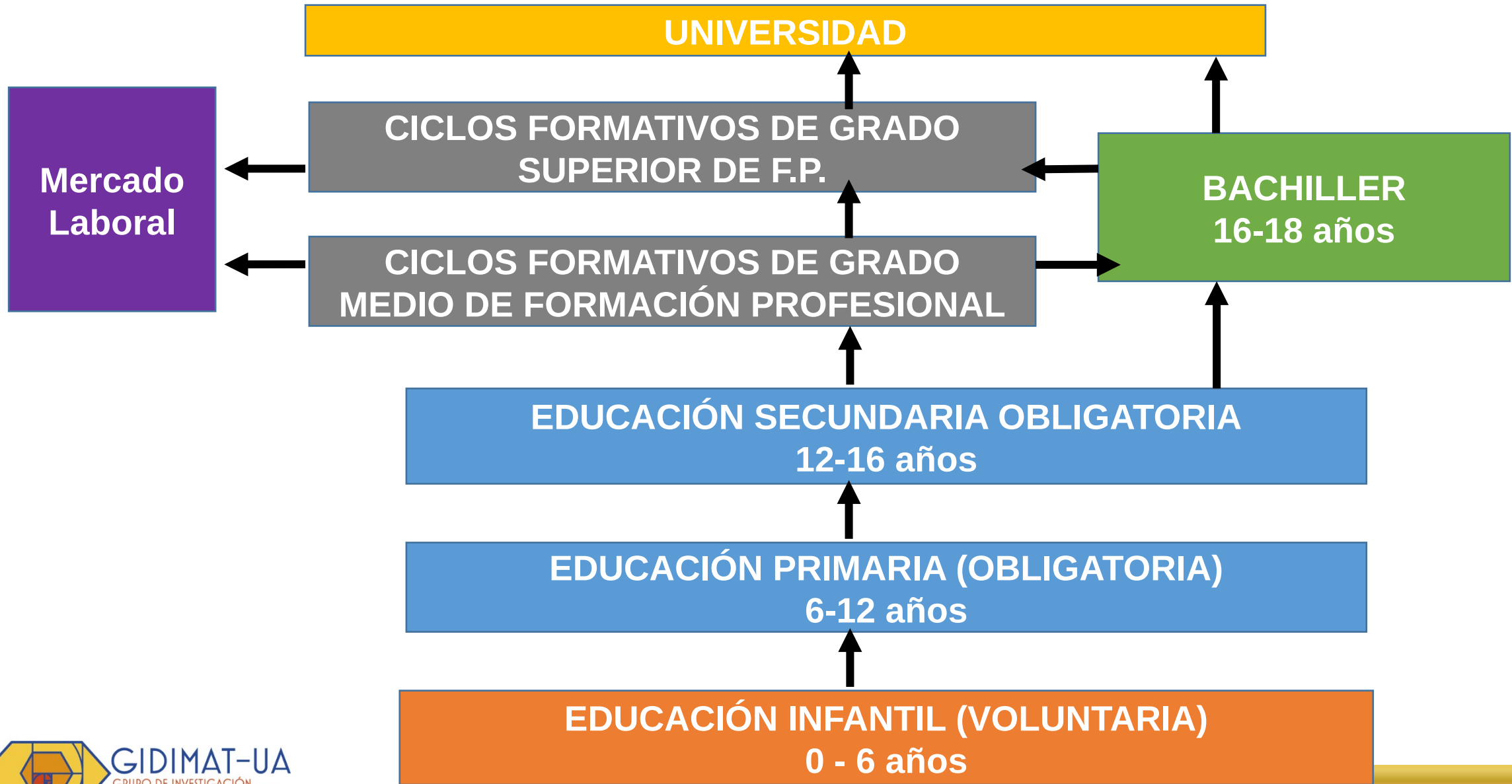
Zapatera, A.



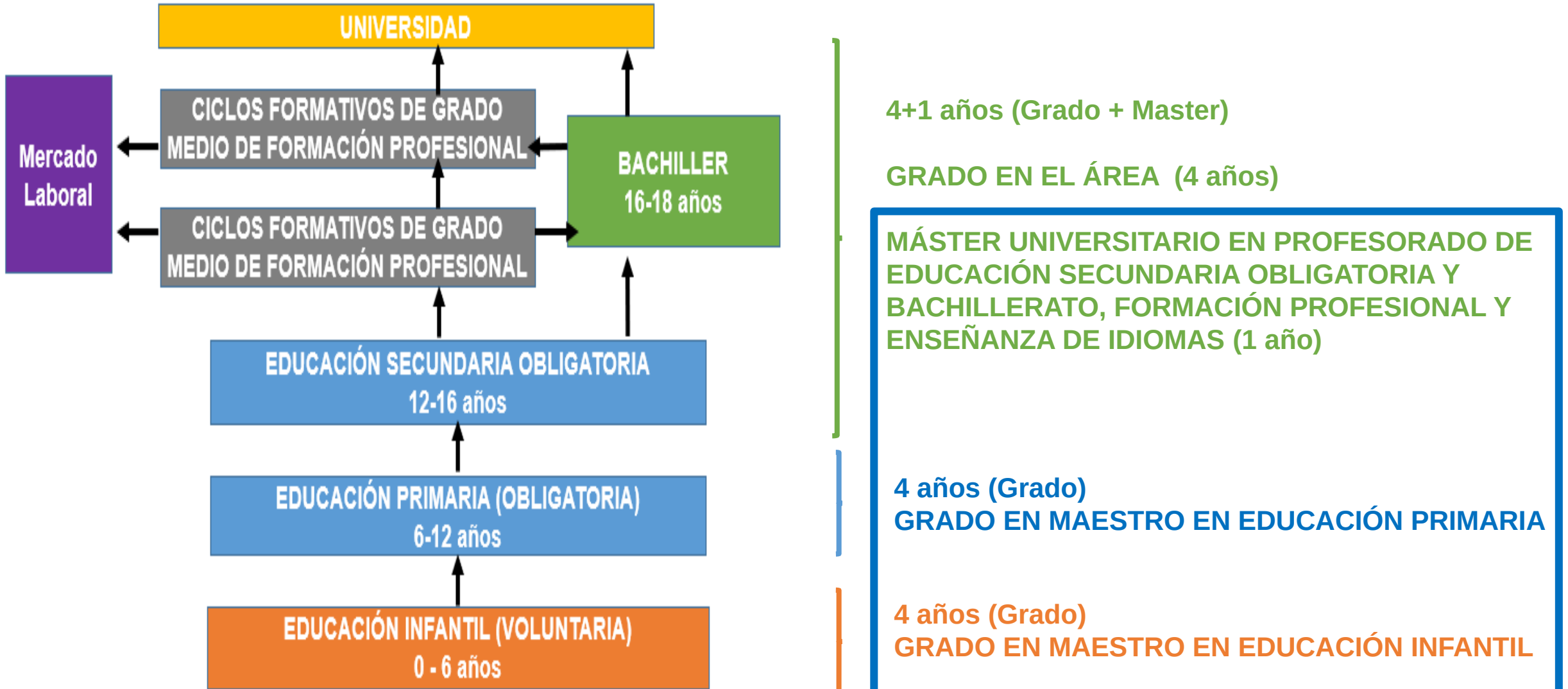
Santonja,
P.



Contexto. Sistema Educativo Español



Contexto. Sistema Educativo Español



Contexto. Universidad de Alicante



Facultad de Educación

Contacto y horario Reserva de espacios Estudiantes ▾ Matrícula ▾ Actividades de la Facultad Manuales UACloud

Centros

Estudios de la Facultad de Educación

Grados

- Grado en Maestro en Educación Infantil
- Grado en Maestro en Educación Primaria
- Grado en Ciencias de la Actividad Física y del Deporte

Másteres

- Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas
- Máster en Investigación Educativa

Contexto: GRADO EN MAESTRO EN EDUCACIÓN INFANTIL

DISTRIBUCIÓN POR CURSOS

PRIMER CURSO		SEGUNDO CURSO		TERCER CURSO		CUARTO CURSO	
Semestre 1	Semestre 2	Semestre 3	Semestre 4	Semestre 5	Semestre 6	Semestre 7	Semestre 8
Psicología Evolutiva de 0 a 3 Años 6 ECTS	Sociología de la Educación 6 ECTS	Dificultades de Aprendizaje y Trastornos del Desarrollo: Respuestas Específicas en Contextos Inclusivos en la Ed. Infantil 9 ECTS	Habilidades Comunicativas y Lectoescritura en Castellano 9 ECTS	Prácticum I 18 ECTS	Didáctica de la Expresión Corporal 6 ECTS	Prácticum II 18 ECTS	Prácticum III o Prácticum III vinculado a una Mención 12 ECTS
Psicología de la Educación 6 ECTS	Diseño de los Procesos Educativos en la Ed. Infantil 6 ECTS	Dificultades de Aprendizaje y del Desarrollo: Características Evolutivas 9 ECTS	Habilidades Comunicativas y Lectoescritura en catalán 9 ECTS		Aprendizaje de la Geometría 6 ECTS		
Organización del Aula de Educación Infantil (0-3, 3-6 Años) 6 ECTS	Psicología Evolutiva de 3 a 6 Años 6 ECTS				Teoría e Historia de la Educación Infantil 6 ECTS		Trabajo Fin de Grado o Trabajo Fin de Grado vinculado a una Mención 6 ECTS
A elegir: • Didáctica de la Lengua Inglesa en la Ed. Infantil • Lengua Extranjera para Maestros en Ed. Infantil: francés 6 ECTS	Didáctica de la Expresión Musical 6 ECTS	Desarrollo Curricular y Aulas Digitales en la Educación Infantil 6 ECTS	Didáctica del Conocimiento del Medio Social y Cultural 6 ECTS	Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS	Observación, Evaluación e Innovación Educativa 6 ECTS	Didáctica de la Expresión Plástica 6 ECTS	Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS
Lengua Catalana I para la Educación Infantil 6 ECTS	Didáctica de la Lengua Castellana y Literatura en Educación Infantil 6 ECTS	Aprendizaje de la Aritmética 6 ECTS	Didáctica del Conocimiento del Medio Natural 6 ECTS	Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS	Educación para el Desarrollo Personal, Social y Medioambiental 6 ECTS	Innovaciones en los Proyectos Educativos de la Educación Infantil 6 ECTS	

320 alumnos por curso

- **4 años → 240 créditos ECTS**
- Aprendizaje de la Aritmética (6 ECTS)
- Aprendizaje de la Geometría (6 ECTS)

ASIGNATURAS OPTATIVAS

6 ECTS	Literatura Castellana Infantil y Juvenil y Animación a la Lectura
6 ECTS	Literatura Catalana Infantil
6 ECTS	Pedagogía y Didáctica de la Religión en la Escuela
6 ECTS	Taller de Creación Verbal en Catalán
6 ECTS	Taller de Matemáticas

DISTRIBUCIÓN POR CURSOS

PRIMER CURSO		SEGUNDO CURSO		TERCER CURSO		CUARTO CURSO											
Semestre 1	Semestre 2	Semestre 3	Semestre 4	Semestre 5	Semestre 6	Semestre 7	Semestre 8										
Psicología del Desarrollo 6 ECTS	Psicología de la Educación 6 ECTS	Psicología de la Instrucción 6 ECTS	Atención a las Necesidades Educativas Específicas 6 ECTS	Prácticum I 18 ECTS	Didáctica de la Lengua y la Literatura Española para la Educación Primaria 6 ECTS	Prácticum II 18 ECT	Prácticum III o Prácticum III vinculado a una Mención 12 ECTS										
Gestión e Innovación en Contextos Educativos 6 ECTS	Diseño de los Procesos Educativos en la Educación Primaria 6 ECTS	Dificultades de Aprendizaje y Trastornos del Desarrollo 6 ECTS	Desarrollo Curricular y Aulas Digitales en Educación Primaria 6 ECTS		Lengua Catalana II para la Educación Primaria 6 ECTS												
Teoría e Historia de la Educación 6 ECTS	Cambios Sociales, Culturales y Educación 6 ECTS	Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Experimentales I 6 ECTS	Didáctica de la Matemática: Sentido Geométrico 6 ECTS	Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS	Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria 6 ECTS	Didáctica de la Expresión Plástica 6 ECTS	Trabajo Fin de Grado o Trabajo Fin de Grado vinculado a una Mención 6 ECTS										
Lengua Catalana I para la Educación Primaria 6 ECTS	Didáctica de la Matemática: Sentido Numérico 6 ECTS	Didáctica de las Ciencias Sociales: Geografía 6 ECTS	Didáctica de la Educación Física y el Deporte 6 ECTS		Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Experimentales II 6 ECTS		Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS										
Lengua y Literatura Española para la Enseñanza Primaria 6 ECTS	A elegir: ▪ Didáctica de la Lengua Inglesa ▪ Lengua Extranjera para Maestros en Ed. Primaria: Francés 6 ECTS	Didáctica de la Lengua Catalana para la Educación Primaria 6 ECTS	Música en la Educación Primaria 6 ECTS	Asignatura Optativa ⁽¹⁾ 6 ECTS	Didáctica de las Ciencias Sociales: Historia 6 ECTS	Didáctica de la Lectura y la Escritura 6 ECTS	ASIGNATURAS OPTATIVAS <table border="1"> <tr> <td>6 ECTS</td> <td>Literatura Castellana Infantil y Juvenil y Animación a la Lectura</td> </tr> <tr> <td>6 ECTS</td> <td>Literatura Catalana Infantil</td> </tr> <tr> <td>6 ECTS</td> <td>Pedagogía y Didáctica de la Religión en la Escuela</td> </tr> <tr> <td>6 ECTS</td> <td>Taller de Creación Verbal en Catalán</td> </tr> <tr> <td>6 ECTS</td> <td>Taller de Matemáticas</td> </tr> </table>	6 ECTS	Literatura Castellana Infantil y Juvenil y Animación a la Lectura	6 ECTS	Literatura Catalana Infantil	6 ECTS	Pedagogía y Didáctica de la Religión en la Escuela	6 ECTS	Taller de Creación Verbal en Catalán	6 ECTS	Taller de Matemáticas
6 ECTS	Literatura Castellana Infantil y Juvenil y Animación a la Lectura																
6 ECTS	Literatura Catalana Infantil																
6 ECTS	Pedagogía y Didáctica de la Religión en la Escuela																
6 ECTS	Taller de Creación Verbal en Catalán																
6 ECTS	Taller de Matemáticas																

440 alumnos por curso

- **4 años → 240 créditos ECTS**
- Didáctica de la Matemática: Sentido Numérico **(6 ECTS)**
- Didáctica de la Matemática: Sentido Geométrico **(6 ECTS)**
- Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria **(6 ECTS)**

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (Especialidad Matemáticas)

MÓDULO GENÉRICO

OBLIGATORIAS

14 créditos

Curso	Semestre	Tipo	Asignatura	Créditos
1	1	OBLIGATORIA	11996 - DISEÑO Y ADAPTACIÓN CURRICULAR	5
1	1	OBLIGATORIA	11997 - DISFUNCIONES DEL APRENDIZAJE Y DEL DESARROLLO EN LA ADOLESCENCIA	3
1	1	OBLIGATORIA	11999 - APRENDIZAJE Y DESARROLLO EN LA ADOLESCENCIA	3
1	2	OBLIGATORIA	11998 - SOCIEDAD, FAMILIA Y EDUCACIÓN	3

MÓDULO ESPECÍFICO 15

OBLIGATORIAS ESP. 15

30 créditos

Curso	Semestre	Tipo	Asignatura	Créditos
1	1	OBLIGATORIA	12060 - ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA	5
1	1	OBLIGATORIA	12061 - APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA.	5
1	1	OBLIGATORIA	12062 - APROXIMACIÓN DIDÁCTICA A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS	5
1	2	OBLIGATORIA	12063 - COMPLEMENTOS PARA LA FORMACIÓN MATEMÁTICA	9
1	2	OBLIGATORIA	12064 - INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA E INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA	6

PRÁCTICUM ESP. 15

10 créditos

PROYECTO FINAL DE MÁSTER ESP. 15

PROYECTO FINAL DE MÁSTER ESP. 15

Mínimo 6 créditos/Máximo 6 créditos

- **25-30 alumnos por curso**
- **1 año → 60 créditos ECTS**
 - 14 ECTS genéricos
 - 46 ECTS de especialidad

Contexto

Competencia docente “mirar profesionalmente” el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Formador

Diseñar programas de formación para desarrollar la competencia

Investigador

Analizar cómo el estudiante para maestro/profesor desarrolla la competencia (aprendizaje)



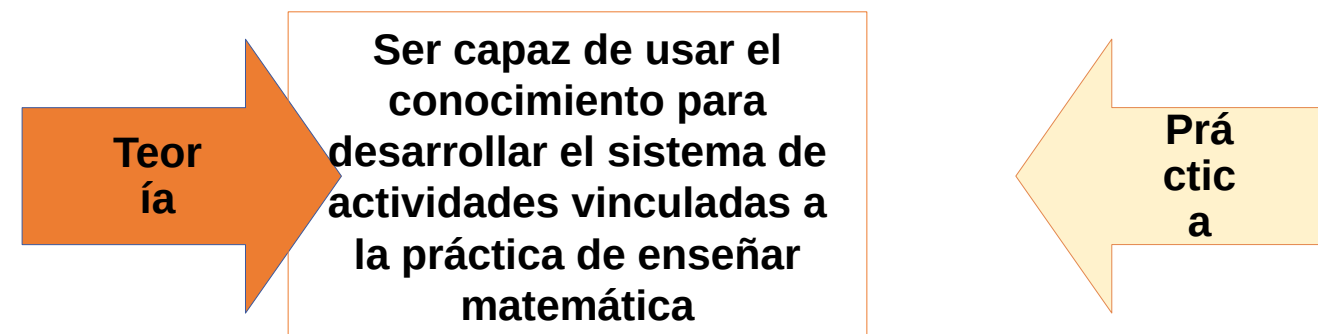
Competencia mirar profesionalmente

- Distingue a un experto en una determinada área, de alguien que no lo es, por su **capacidad de ver ciertos fenómenos de manera particular**

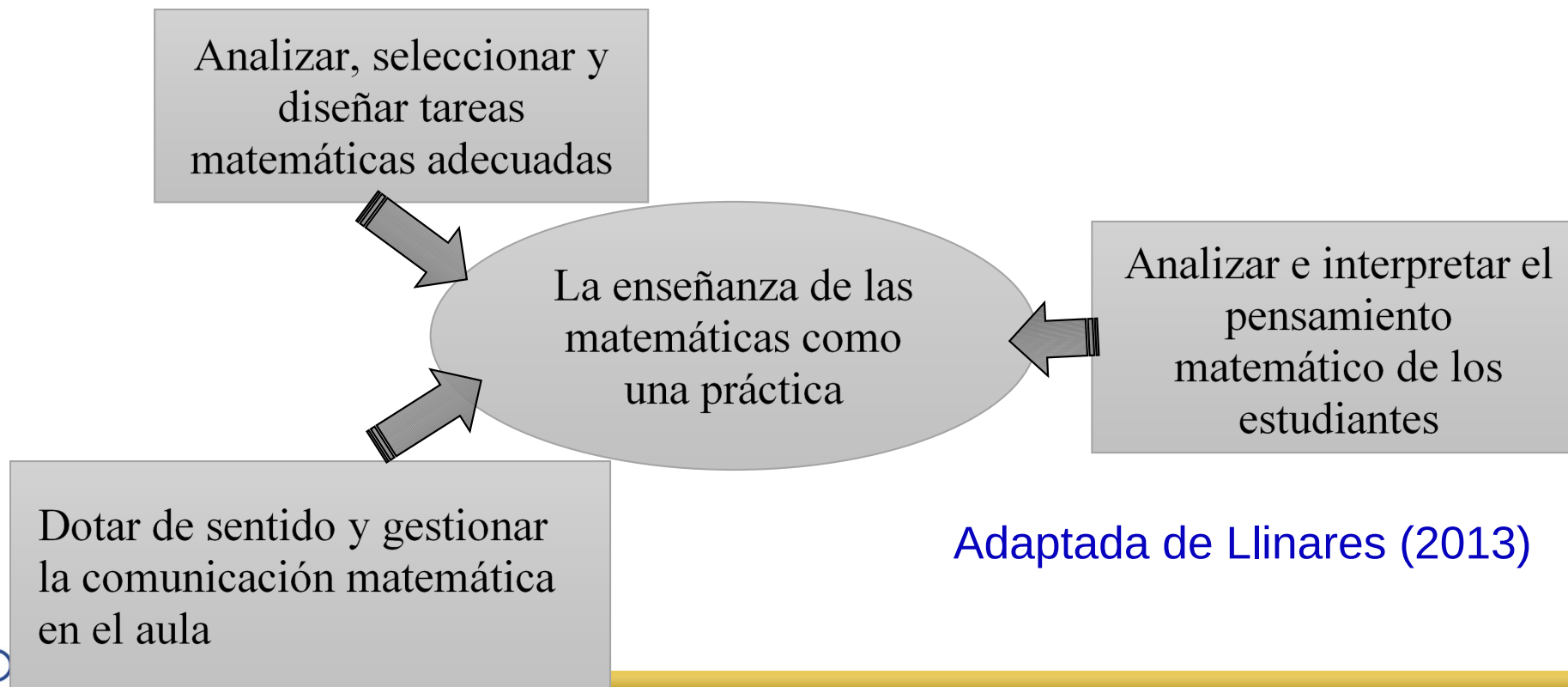
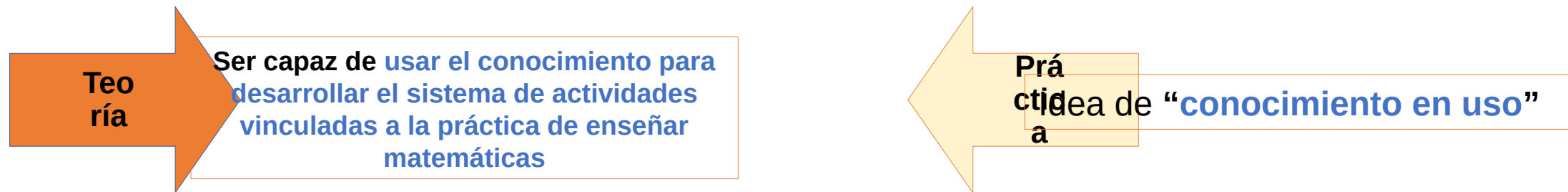
(Mason, 2002)

- Una mirada profesional permite **identificar e interpretar** aspectos importantes de las situaciones de enseñanza-aprendizaje **para apoyar sus decisiones**

(Brown et al., 2020; Fernández y Choy, 2020; Fernández, Sánchez-Matamoros, Valls y Callejo, 2018)



Competencia mirar profesionalmente



Mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes

- **Atender las estrategias:** Identificar elementos matemáticos en las respuestas de los estudiantes
- **Interpretar** la comprensión de los estudiantes desde los elementos matemático identificados
- **Decidir** cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes

(Jacobs et al., 2010)

Ejemplo

En un nuevo edificio se venden lofts rectangulares de tres tamaños diferentes:

- 7.5 metros por 11.4 metros
- 4.55 metros por 5.08 metros
- 18.5 metros por 24.5 metros

¿Cuál de ellos parece que es más cuadrado?

Respuesta de Pedro

* El cuadrado se caracteriza por tener los lados de igual medida, se parece más al cuadrado el que tengan menor distancia de metros, en decir:

$$\begin{array}{r} 11.4 \\ - 7.5 \\ \hline 03.9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5.08 \\ - 4.55 \\ \hline 0.53 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24.5 \\ - 18.5 \\ \hline 06.0 \end{array}$$

* Es más cuadrado el segundo, porque sus lados son más similares en medida.



Identificar

Implica el concepto de **razón como índice compartivo**

Pedro se centra en la idea de que **los lados de un cuadrado son iguales y por tanto su diferencia es cero**

Ejemplo

En un nuevo edificio se venden lofts rectangulares de tres tamaños diferentes:

- 7.5 metros por 11.4 metros
- 4.55 metros por 5.08 metros
- 18.5 metros por 24.5 metros

¿Cuál de ellos parece que es más cuadrado?

Respuesta de Pedro

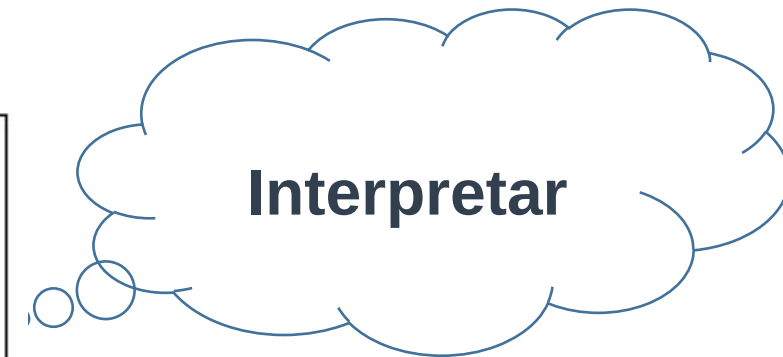
* El cuadrado se caracteriza por tener los lados de igual medida, se parece más al cuadrado el que tengan menor distancia de metros, en decir:

$$\begin{array}{r} \bullet \quad 114 \\ - \quad 75 \\ \hline 039 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet \quad 508 \\ - \quad 455 \\ \hline 053 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet \quad 245 \\ - \quad 185 \\ \hline 060 \end{array}$$

* Es más cuadrado el segundo, porque sus lados son más similares en medida.



Pedro utiliza relaciones aditivas en lugar de relaciones multiplicativas

Ejemplo

En un nuevo edificio se venden lofts rectangulares de tres tamaños diferentes:

- 7.5 metros por 11.4 metros
- 4.55 metros por 5.08 metros
- 18.5 metros por 24.5 metros

¿Cuál de ellos parece que es más cuadrado?

Respuesta de Pedro

* El cuadrado se caracteriza por tener los lados de igual medida, se parece más al cuadrado el que tengan menor distancia de metros, en decir:

$$\begin{array}{r}
 11.4 \\
 - 7.5 \\
 \hline
 3.9
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5.08 \\
 - 4.55 \\
 \hline
 0.53
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24.5 \\
 - 18.5 \\
 \hline
 6.0
 \end{array}$$

* Es más cuadrado el segundo, porque sus lados son más similares en medida.



Proponer otras situaciones para que pueda ver si su estrategia es generalizable

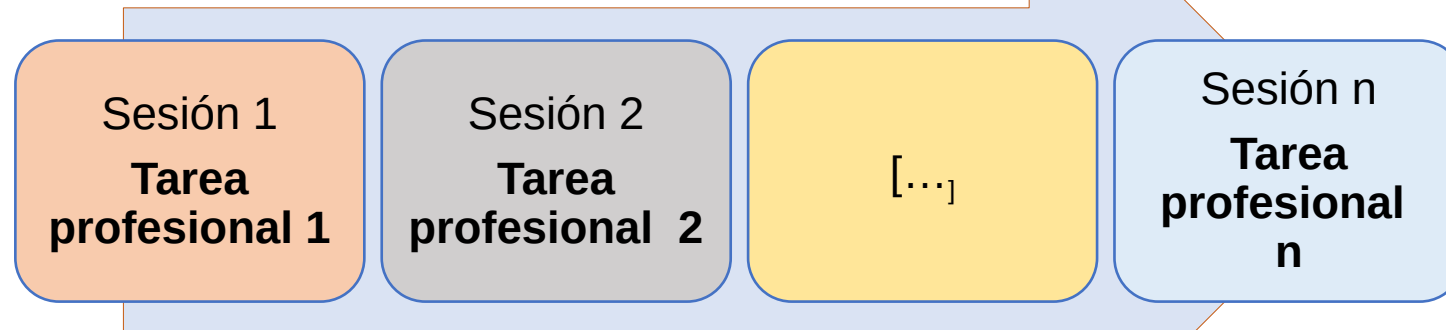
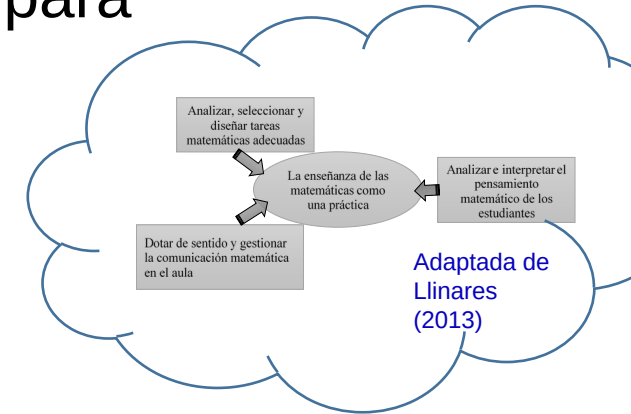
Casos extremos:

loft de 0.1 metros por 1.1 metros y loft de 20 metros por 21 metros

Diseño de entornos de aprendizaje

Conjunto de **tareas profesionales (viñetas)**: Usar conocimiento para realizar actividades que integran su práctica profesional

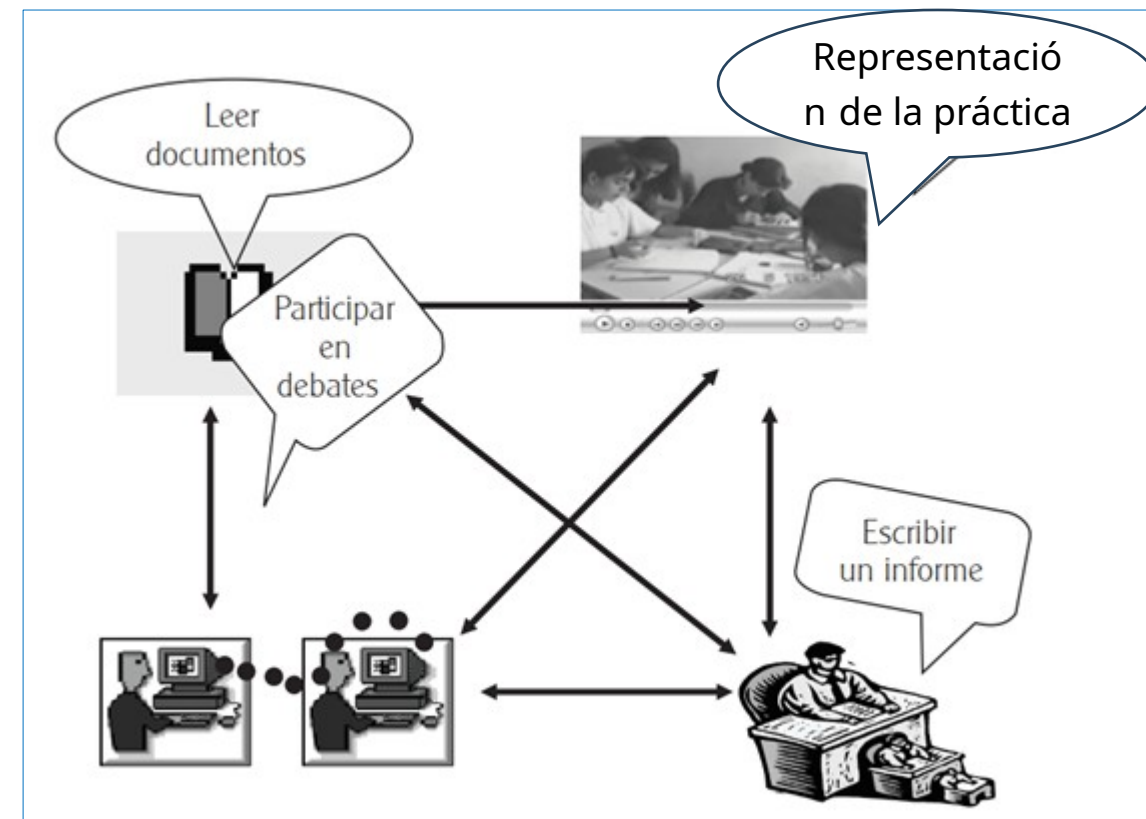
- Analizar e interpretar el pensamiento matemático de estudiantes
- Analizar seleccionar y diseñar actividades
- Gestionar la comunicación en el aula



(Fernández, Sánchez-Matamoros, Valls y Callejo, 2018; Fernández, Sánchez-Matamoros, Moreno y Callejo, 2018; Ivars et al., 2018; Sánchez-Matamoros et al., 2018)

Tareas profesionales: componentes

- Representaciones de la práctica
- Preguntas guía
- Documentos teóricos
- Espacios de interacción y discusión de las ideas



(Fernández, 2021; Llinares y Fernández, 2021)

Tareas profesionales: componentes

Representaciones de la práctica

Proporcionan contextos reales para analizar e interpretar un aspecto o varios de una situación de clase,

- Respuestas de alumnos a problemas con distintos grados de comprensión
- Interacción entre alumnos/maestro
- Problemas de libros de texto
- ...

Brindan oportunidades para relacionar ideas teóricas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con ejemplos de la práctica

(Buchbinder y Kuntze, 2018; Fernández et al., 2018)







Tareas profesionales: componentes




Representaciones de la práctica

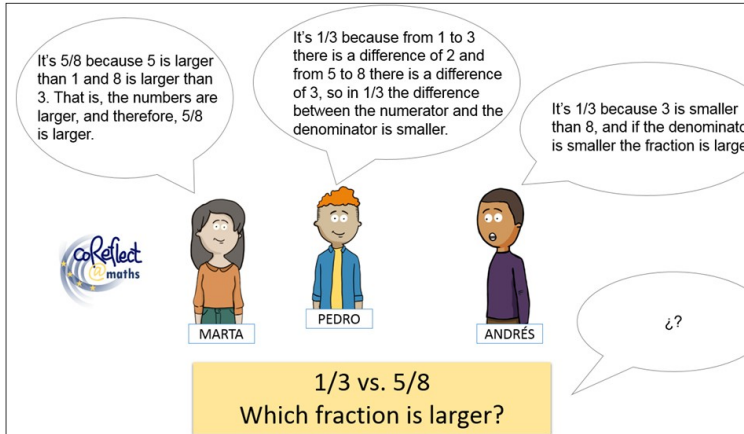
Se pueden diseñar en diferentes formatos :

- grabaciones en vídeo de situaciones reales de aula (van Es y Sherin, 2008),
- respuestas de alumnado a diferentes problemas o, diálogos entre el profesor y el alumnado resolviendo diferentes problemas (Fernández et al., 2018; Ivars et al., 2020)
- animaciones o dibujos animados (Herbst y Kosko, 2014; Samková, 2018)



<p>1. ¿Qué figuras representan $3/8$?</p> <p>A)  B)  C)  D) </p> <p>E)  F) </p>	<p>2. Esta figura representa $5/3$ del todo. Representa la unidad</p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 30px; margin: 0 auto;"></div>
--	--

	Problema 1	Problema 2
Estudiante 1	<p>Las figuras que representan $3/8$ son A), B) y F) porque hay tres partes de 8 pintadas</p>	<p>Esto son 3 partes</p> 
Estudiante 2	<p>F) representa $3/8$. A) y B) no son $3/8$ porque las partes no son congruentes. C) son 3 puntos pintados y E) son 6 puntos pintados. D) son $6/16$</p>	<p>Divido lo que me han dado en 3 partes congruentes y luego cojo cinco partes como esas.</p> 
Estudiante 3	<p>A) y B) no tienen las partes congruentes y no son $3/8$. C), D), E) y F) representan $3/8$.</p>	<p>Si la figura que nos muestra son $5/3$ primero divido la figura en cinco partes que representan los cinco tercios. Después sombro 3 partes que representan $3/3$, es decir la unidad.</p> 



It's $5/8$ because 5 is larger than 1 and 8 is larger than 3. That is, the numbers are larger, and therefore, $5/8$ is larger.

It's $1/3$ because from 1 to 3 there is a difference of 2 and from 5 to 8 there is a difference of 3, so in $1/3$ the difference between the numerator and the denominator is smaller.

It's $1/3$ because 3 is smaller than 8, and if the denominator is smaller the fraction is larger.

MARTA **PEDRO** **ANDRÉS**

1/3 vs. 5/8
Which fraction is larger?

¿?

Tareas profesionales: componentes

Preguntas guía

- Ayudan a identificar los aspectos sobre los que centrarse en la interpretación de las representaciones de la práctica
- Focalizadas en centrar la atención en los aspectos objeto de aprendizaje:
 - Analizar e interpretar el pensamiento matemático de estudiantes
 - Analizar seleccionar y diseñar actividades
 - Gestionar la comunicación en el aula

(Llinares y Fernández, 2021)

1. Describe cómo ha resuelto el estudiante cada problema indicando los elementos matemáticos del concepto utilizados y si el procedimiento usado es adecuado y por qué.
2. A partir de las descripciones de cómo el estudiante ha resuelto los problemas, ¿es posible identificar alguna característica de cómo el estudiante comprende el concepto?
3. Considerando la comprensión del estudiante mostrada en la resolución de los problemas, si fueras su profesor, ¿qué actividades/problemas propondrías para que el estudiante continuara progresando en su comprensión?

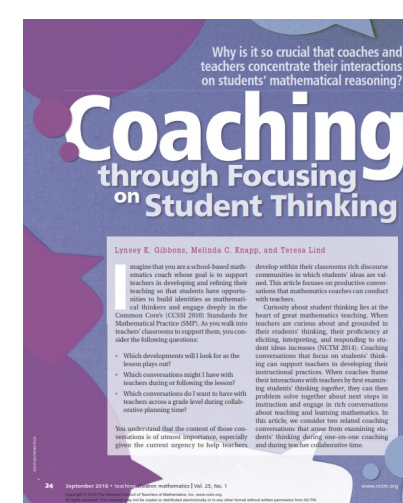
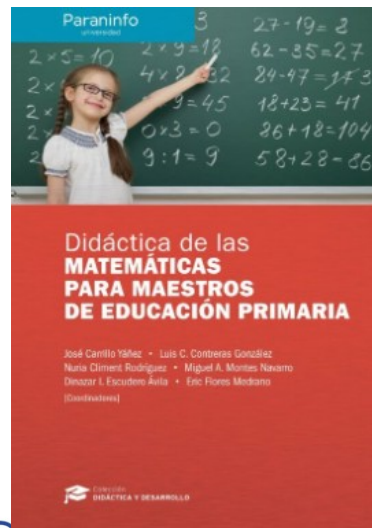
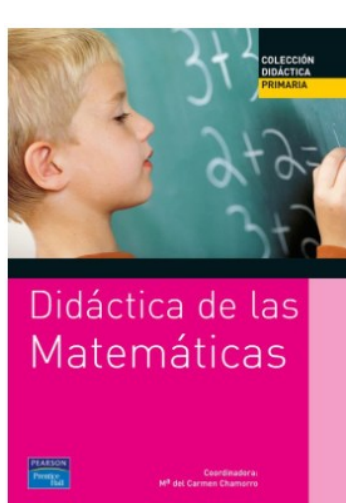
1. Identificar
 - a. ¿Qué elementos/objetos matemáticos están involucrados en cada actividad? ¿Dónde lo observas?
 - b. ¿Qué modos de representación se utilizan? ¿Cómo se relacionan?
2. Interpretar
 - c. ¿Cómo los modos de representación usados y las relaciones entre ellas potencian el aprendizaje de los elementos/objetos matemáticos de la actividad?
 - d. ¿Qué otros modos de representación podrían utilizarse? (¿Cómo?)
3. Decidir.
 - e. Completa la secuencia de actividades del libro de texto con una secuencia de actividades (mínimo 3 actividades) que ayude a continuar favoreciendo la comprensión del concepto.
 - f. Describe el tipo de actividades que has diseñado y explica cómo las actividades seleccionadas, modos de representación, recursos/materiales, etc. favorecen la comprensión del concepto

1. Propón un problema/actividad ...
2. Anticipa posibles respuestas de los estudiantes usando distintas estrategias de resolución
3. Describe cómo organizarías la enseñanza (cómo secuenciarías las posibles respuestas anteriores) para discutir con el grupo clase y ayudar a los estudiantes a compartir las estrategias y hacer conexiones entre las estrategias más básicas y las estrategias más sofisticadas
4. ¿Cómo conectarías los distintos conceptos, procedimientos y modos de representación usados en las estrategias, reflejados en las respuestas de los estudiantes, para generar oportunidades de aprendizaje para todo el alumnado?

Tareas profesionales: componentes

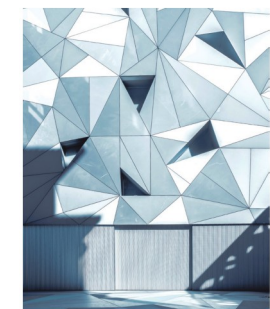
- Documento con información teórica

- Contiene información que procede de investigaciones en Didáctica de la Matemática, con los conocimientos necesarios para analizar la representación de la práctica.
- El uso de este documento viene justificado porque desde la investigación se ha mostrado la **necesidad de usar lentes teóricas con las que mirar** (Fernández y Choy, 2020).



Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano

Melania Bernabeu Martínez, Mar Moreno Moreno
Universidad de Alicante



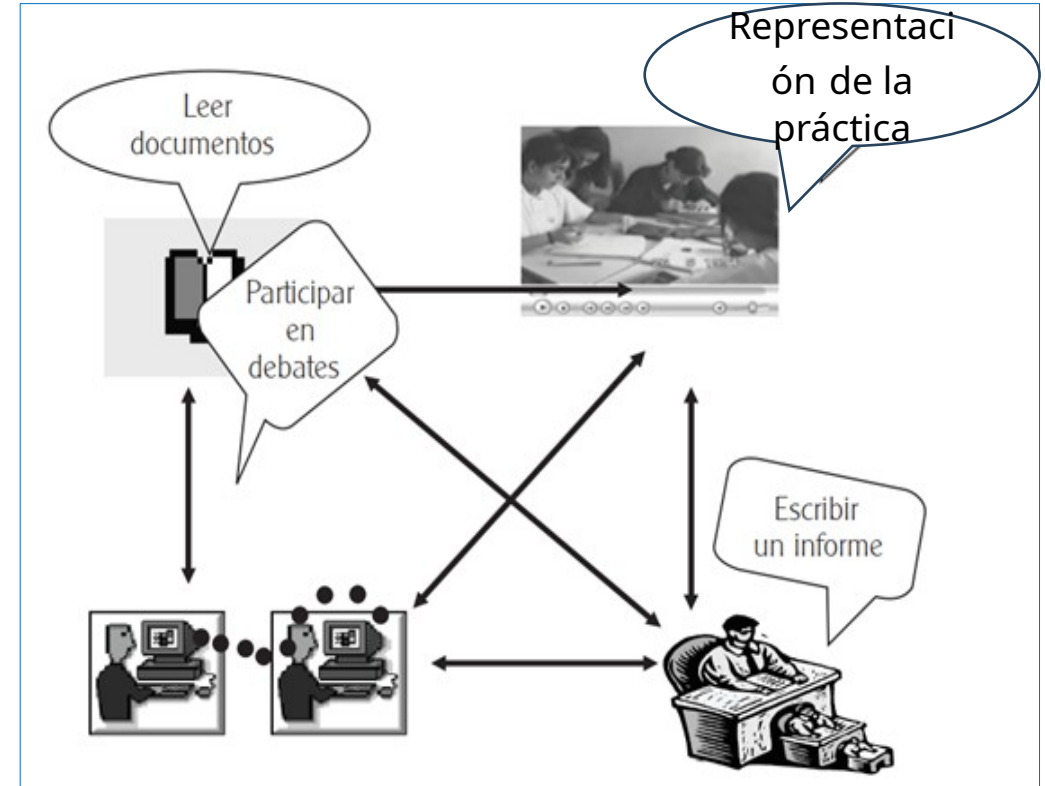
Se describe una sesión de enseñanza con estudiantes de educación primaria sobre los tipos de triángulos según sus lados (equilátero, isósceles y escaleno), empleando el mecano como material manipulativo. Las tareas propuestas tienen como objetivo ampliar la imagen del concepto de triángulo e interiorizar las definiciones de los tipos de triángulos según sus lados.

PALABRAS CLAVE:
• GEOMETRÍA
• TRIÁNGULOS
• MECANISMO
• MANEJO DEL CONCEPTO
• MATERIAL MANIPULATIVO

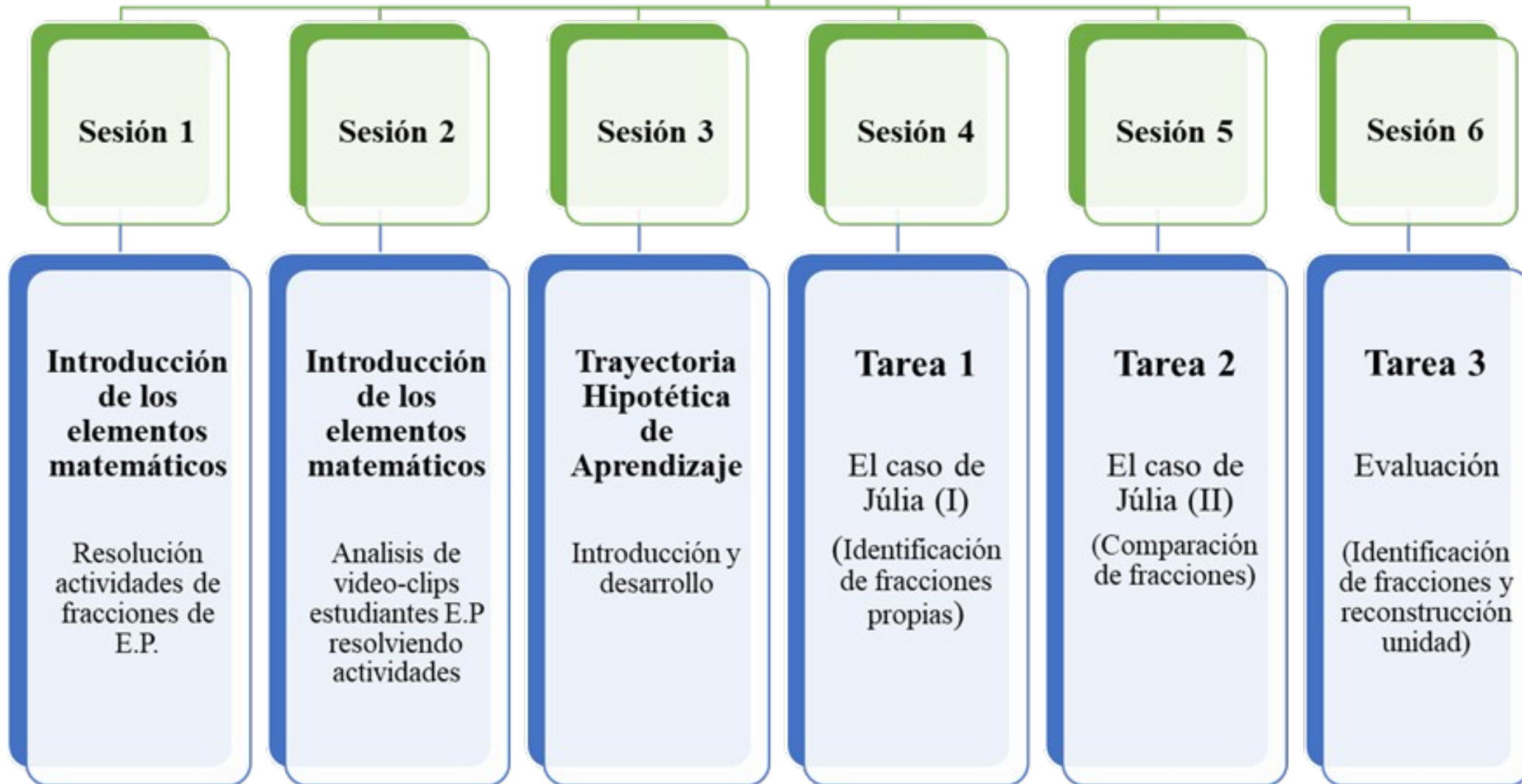
Tareas profesionales: componentes

Espacios de interacción y discusión de las ideas

- Discusiones **presenciales en pequeños grupos o gran grupo** o a través de un **foro/debate virtual** permiten que los futuros profesores **participen de manera activa, reflexionen, discutan y se apoyen**
- **Construcción activa del conocimiento** en colaboración con otros



Ejemplo: Entorno de aprendizaje



(Ivars, 2018; p.85)

Documento teórico: THA

La THA sobre el significado de fracción como parte-todo incluye:

- **Niveles de progresión** (Camino hipotético de aprendizaje)
- Ejemplos de **respuestas de estudiantes de primaria que reflejan diferentes características** de la comprensión
- Ejemplos de **actividades que podrían ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión**





(Battista, 2012; Steffe y Olive, 2010)

Los *elementos matemáticos* que deben ser comprendidos para lograr este objetivo son:

- A. Con relación al significado de las fracciones** (en diferentes modos de representación: continuo, discreto, recta numérica).
- E1- Las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque pueden ser diferentes en forma.
 - E2-Una parte puede estar dividida en otras partes / considerar un grupo de partes como una parte.
 - E3-Una parte como una unidad iterativa (a/b como a veces $1/b$, y “contar n veces a/b ”).
 - E4-Relación inversa entre el número de partes y el tamaño de la parte: A mayor número de divisiones del todo, cada parte es más pequeña (manteniendo el todo igual).
 - E5- Para comparar fracciones los todos deben ser iguales en cantidad (usar el mismo todo). Por ejemplo, en el caso de comparar fracciones representadas gráficamente, los todos deben ser iguales en tamaño.

Para analizar o diseñar tareas que permitan lograr los objetivos de aprendizaje vamos a considerar tres “*variables de tarea*”: Tipo de fracción, modo de representación, y tipo de tarea.

Ejemplos de recursos pueden ser

Figuras geométricas Tangram	Números en color (Regletas Cuisenaire)	Canicas	Dominó
			
Características: magnitud Área	magnitud Longitud	Magnitud discreta	Conexión entre representaciones

Documento teórico: THA

La THA sobre el significado de fracción como parte-todo incluye:

- **Niveles de progresión** (Camino hipotético de aprendizaje)
- Ejemplos de respuestas de estudiantes de primaria que reflejan diferentes características de la comprensión
- Ejemplos de actividades que podrían ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión

(Battista, 2012; Steffe y Olive, 2010)

1	<p>Los niños/as no pueden identificar y representar fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ No reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño. ➤ No usan el mismo todo cuando comparan fracciones. 	
2	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque no tengan la misma forma. ➤ Usan una fracción unitaria como una unidad iterativa para construir fracciones propias. ➤ No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Comparan fracciones usando el mismo todo. 	<p>Del significado intuitivo de dividir en partes iguales en tamaño a la idea de fracción como relación parte-todo y el reconocimiento de diferentes representaciones</p>
3	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias e impropias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Usan cualquier fracción como unidad iterativa para construir fracciones propias e impropias. ➤ Reconocen que el tamaño de la parte disminuye cuando el número de partes aumenta. 	


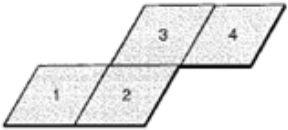
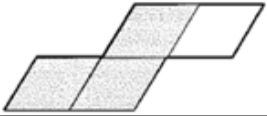


Niveles de progresión (Ivars et al., 2018)

Documento teórico: THA

La THA sobre el significado de fracción como parte todo incluye:

- Niveles de progresión (Camino hipotético de aprendizaje)
- Ejemplos de respuestas de estudiantes de primaria que reflejan diferentes características de la comprensión
- Ejemplos de actividades que podrían ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión

(Battista, 2012; Steffe y Olive, 2010)

<p>Actividad. Representa $\frac{3}{4}$ de la figura</p> 	<p>Respuesta estudiante 1 <i>Primero dividen la figura en 4 partes congruentes y considera un rombo como $\frac{1}{4}$</i></p>  <p><i>Después cuenta 3 veces $\frac{1}{4}$ para representar $\frac{3}{4}$</i></p> 
<p>Actividad. Señala los $\frac{5}{4}$ de la siguiente figura</p> 	<p>Respuesta estudiante 2</p> 

Ejemplos de respuestas de estudiantes mostrando características de la comprensión del nivel 2

Documento teórico: THA

La THA sobre el significado de fracción como parte todo incluye:

- Niveles de progresión (Camino hipotético de aprendizaje)
- Ejemplos de respuestas de estudiantes de primaria que reflejan diferentes características de la comprensión
- Ejemplos de actividades que podrían ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión

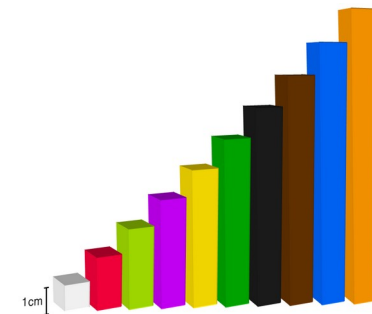
(Battista, 2012; Steffe y Olive, 2010)

Objetivo: Usar una parte (la fracción unitaria) como una unidad iterativa para construir la unidad (el todo) y fracciones impropias.

Material: Regletas Cuisenaire.

Actividad 2A. Si la regleta roja es $1/3$ de la unidad ¿Qué regleta representa la unidad?

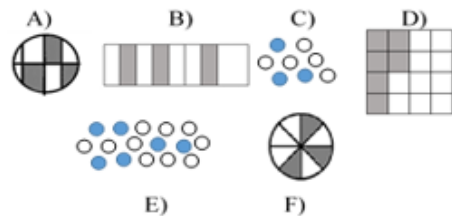
Actividad 2B. Si la regleta roja es $1/3$ de la unidad. ¿Qué fracción representa la regleta lila? ¿Y la marrón?



Actividades que podrían ayudar a los alumnos a progresar en su comprensión del nivel 2 al 3

Tarea 3

1. ¿Qué figuras representan $3/8$?



2. Esta figura representa $5/3$ del todo. Representa la unidad



Algunas respuestas de su alumnado fueron

Representación de la práctica


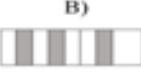





- Respuestas de tres estudiantes de E.P a dos actividades de fracciones que reflejan diferentes características de la comprensión según la THA


	Problema 1	Problema 2
Estudiante 1	<p>Las figuras que representan $3/8$ son A), B) y F) porque hay tres partes de 8 pintadas</p>	<p>Esto son 3 partes</p>
Estudiante 2	<p>F) representa $3/8$. A) y B) no son $3/8$ porque las partes no son congruentes. C) son 3 puntos pintados y E) son 6 puntos pintados. D) son $6/16$</p>	<p>Divido lo que me han dado en 3 partes congruentes y luego cojo cinco partes como esas.</p>
Estudiante 3	<p>A) y B) no tienen las partes congruentes y no son $3/8$. C), D), E) y F) representan $3/8$.</p>	<p>Si la figura que nos muestra son $5/3$ primero divido la figura en cinco partes que representan los cinco tercios. Después sombro 3 partes que representan $3/3$, es decir la unidad.</p>

Preguntas guía

- C1.** Identifica las **características de la comprensión** de los niños. **Justifica** tu respuesta mediante fragmentos de las respuestas de los niños e indica los **elementos matemáticos** que están implícitos
- C2.** Según las características de la comprensión identificadas en la cuestión 1, ¿en qué **nivel de comprensión** situarías a cada niño? Justifica tu respuesta
- C3.** Suponiendo que tú eres uno/a de los maestros/as de estos niños, define **un objetivo de aprendizaje** y propón **una tarea** para cada niño que les permita seguir avanzando en su comprensión de las fracciones

C1. Identifica las **características de la comprensión** de los niños. **Justifica** tu respuesta mediante fragmentos de las respuestas de los niños e indica los **elementos matemáticos** que están implícitos

<p>1. ¿Qué figuras representan $3/8$?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D)</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>E)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>F)</p>  </div> </div>	<p>2. Esta figura representa $5/3$ del todo. Representa la unidad</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>
--	---

	Problema 1	Problema 2
Estudiante 1	<p><i>Las figuras que representan $3/8$ son A), B) y F) porque hay tres partes de 8 pintadas</i></p>	<p><i>Esto son 3 partes</i></p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>

ESTUDIANTE 1

Actividad 1:

El hecho identificar A) y B) como $3/8$ nos muestra que **NO tiene en cuenta que las partes en que se divide el todo han de ser iguales en tamaño**. Como no considera las figuras D y E como $3/8$ entendemos que **NO considera la idea de que una parte puede estar dividida en otras partes**

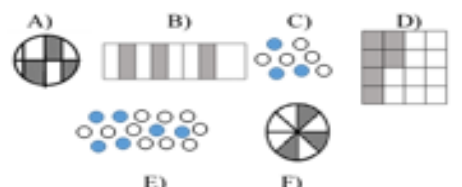


Actividad 2:

Divide la representación dada en 3 partes no iguales en tamaño por lo que **NO tiene en cuenta que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño**. Presenta dificultades para representar fracciones impropias **al NO identificar ni usar la fracción unitaria como una unidad iterativa**

1	<p>Los niños/as no pueden identificar y representar fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ No reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño. ➤ No usan el mismo todo cuando comparan fracciones. 	<p>Del significado intuitivo de dividir en partes iguales en tamaño a la idea de fracción como relación parte-todo y el reconocimiento de diferentes representaciones</p>
2	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque no tengan la misma forma. ➤ Usan una fracción unitaria como una unidad iterativa para construir fracciones propias. ➤ No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Comparan fracciones usando el mismo todo. 	
3	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias e impropias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Usan cualquier fracción como unidad iterativa para construir fracciones propias e impropias. ➤ Reconocen que el tamaño de la parte disminuye cuando el número de partes aumenta. 	



C1. Identifica las **características de la comprensión** de los niños. **Justifica** tu respuesta mediante fragmentos de las respuestas de los niños e indica los **elementos matemáticos** que están implícitos

<p>1. ¿Qué figuras representan $3/8$?</p> 	<p>2. Esta figura representa $5/3$ del todo. Representa la unidad</p> 
<p>Estudiante 2</p> <p><i>F) representa $3/8$. A) y B) no son $3/8$ porque las partes no son congruentes. C) son 3 puntos pintados y E) son 6 puntos pintados. D) son $6/16$</i></p>	<p><i>Divido lo que me han dado en 3 partes congruentes y luego cojo cinco partes como esas.</i></p> 

ESTUDIANTE 2

Actividad 1

Este estudiante usa adecuadamente la idea de que **las partes deben ser iguales en tamaño** (considera que las representaciones A y B no son $3/8$ y la F sí lo es) Como no considera las figuras D y E como $3/8$ entendemos que **NO considera la idea de que una parte puede estar dividida en otras partes.**








Actividad 2

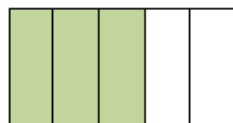
Este estudiante **tiene en cuenta que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño**, pero **NO identifica de manera correcta la fracción unitaria que le permita representar $5/3$**

1	<p>Los niños/as no pueden identificar y representar fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ No reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño. ➤ No usan el mismo todo cuando comparan fracciones. 	<p>Del significado intuitivo de dividir en partes iguales en tamaño a la idea de fracción como relación parte-todo y el reconocimiento de diferentes representaciones</p>
2	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque no tengan la misma forma. ➤ Usan una fracción unitaria como una unidad iterativa para construir fracciones propias. ➤ No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Comparan fracciones usando el mismo todo. 	
3	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias e impropias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Usan cualquier fracción como unidad iterativa para construir fracciones propias e impropias. ➤ Reconocen que el tamaño de la parte disminuye cuando el número de partes aumenta. 	



C1. Identifica las características de la comprensión de los niños. Justifica tu respuesta mediante fragmentos de las respuestas de los niños e indica los elementos matemáticos que están implícitos

<p>1. ¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">A) </div> <div style="text-align: center;">B) </div> <div style="text-align: center;">C) </div> <div style="text-align: center;">D) </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">E) </div> <div style="text-align: center;">F) </div> </div>	<p>2. Esta figura representa $\frac{5}{3}$ del todo. Representa la unidad</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>
--	---

Estudiante 3	<p>A) y B) no tienen las partes congruentes y no son $\frac{3}{8}$. C), D), E) y F) representan $\frac{3}{8}$.</p>	<p><i>Si la figura que nos muestra son $\frac{5}{3}$ primero divido la figura en cinco partes que representan los cinco tercios. Después sombro 3 partes que representan $\frac{3}{3}$, es decir la unidad.</i></p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>
---------------------	--	---

Actividad 1

Este estudiante utiliza **la idea de que las partes deben ser iguales**, por eso no consideran como representación de $\frac{3}{8}$ las figuras A y B y sí la figura F. Al considerar las representaciones D, y E, como $\frac{3}{8}$ nos indica que **considera que una parte puede estar dividida en otras partes**

Actividad 2:

Este estudiante divide la figura en 5 partes equivalentes utilizando la idea de que **las partes deben ser iguales** para encontrar la fracción unitaria ($\frac{1}{3}$) ($\frac{5}{3}$ como 5 veces $\frac{1}{3}$). Posteriormente **utiliza la fracción unitaria como unidad iterativa para representar $\frac{3}{3}$** (iterando 3 veces $\frac{1}{3}$) lo que le lleva a ser capaz de reconstruir la unidad.

1	<p>Los niños/as no pueden identificar y representar fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ No reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño. ➤ No usan el mismo todo cuando comparan fracciones. 	<p>Del significado intuitivo de dividir en partes iguales en tamaño a la idea de fracción como relación parte-todo y el reconocimiento de diferentes representaciones</p>
2	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque no tengan la misma forma. ➤ Usan una fracción unitaria como una unidad iterativa para construir fracciones propias. ➤ No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Comparan fracciones usando el mismo todo. 	
3	<p>Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias e impropias</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➤ Usan cualquier fracción como unidad iterativa para construir fracciones propias e impropias. ➤ Reconocen que el tamaño de la parte disminuye cuando el número de partes aumenta. 	





	Problema 1	Problema 2
Estudiante 1	Las figuras que representan $\frac{3}{8}$ son A), B) y F) porque hay tres partes de 8 pintadas	Esto son 3 partes
Estudiante 2	F) representa $\frac{3}{8}$. A) y B) no son $\frac{3}{8}$ porque las partes no son congruentes. C) son 3 puntos pintados y E) son 6 puntos pintados. D) son $\frac{6}{16}$	Divido lo que me han dado en 3 partes congruentes y luego cojo cinco partes como esas.
Estudiante 3	A) y B) no tienen las partes congruentes y no son $\frac{3}{8}$. C), D), E) y F) representan $\frac{3}{8}$.	Si la figura que nos muestra son $\frac{5}{3}$ primero divido la figura en cinco partes que representan los cinco tercios. Después sombro 3 partes que representan $\frac{3}{3}$, es decir la unidad.

1	Los niños/as no pueden identificar y representar fracciones <ul style="list-style-type: none"> ➢ No reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño. ➢ No usan el mismo todo cuando comparan fracciones. 	Del significado intuitivo de dividir en partes iguales en tamaño a la idea de fracción como relación parte-todo y el reconocimiento de diferentes representaciones
2	Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias <ul style="list-style-type: none"> ➢ Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, aunque no tengan la misma forma. ➢ Usan una fracción unitaria como una unidad iterativa para construir fracciones propias. ➢ No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➢ Comparan fracciones usando el mismo todo. 	
3	Los niños/as pueden identificar y representar fracciones propias e impropias <ul style="list-style-type: none"> ➢ Reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. ➢ Usan cualquier fracción como unidad iterativa para construir fracciones propias e impropias. ➢ Reconocen que el tamaño de la parte disminuye cuando el número de partes aumenta. 	

C2. Según las características de la comprensión identificadas en la cuestión 1, ¿en qué **nivel de comprensión** situarías a cada niño? Justifica tu respuesta

Elementos matemáticos	Estudiantes Problemas	E1		E2		E3	
		1	2	1	2	1	2
Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño		No	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Una parte puede estar dividida en otras partes / considerar un grupo de partes como una parte		No		No		Sí	
Identifican y usan una parte (fracción unitaria) como una unidad iterativa, de manera que permita reconstruir la unidad			No		No		Sí

Nivel 1

Nivel 2

Nivel 3



C3. Suponiendo que tú eres uno/a de los maestros/as de estos niños, define **un objetivo de aprendizaje** y propón **una tarea** para cada niño que les permita seguir avanzando en su comprensión de las fracciones

Elementos matemáticos	Estudiantes Problemas	E1		E2		E3	
		1	2	1	2	1	2
Reconocen que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño		No	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Una parte puede estar dividida en otras partes / considerar un grupo de partes como una parte		No		No		Sí	
Identifican y usan una parte (fracción unitaria) como una unidad iterativa, de manera que permita reconstruir la unidad			No		No		Sí

Nivel 1

Actividad 2. Representar fracciones

Objetivo: Reconocer que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, pero no necesariamente tener la misma forma.

Material: hojas de periódico

Actividad 2A: Hacer mitades ($1/2$) de forma diferente en una hoja de periódico

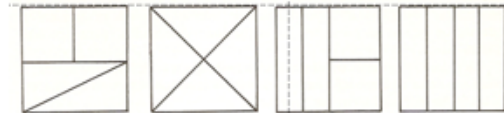
Actividad 2B: Repetir la misma tarea, pero con otras fracciones unitarias: $1/3$; $1/4$; $1/5$; $1/6$; $1/8$.

Actividad 2C: Modificar la tarea usando fracciones no unitarias: $2/3$; $3/4$; $2/5$; ...

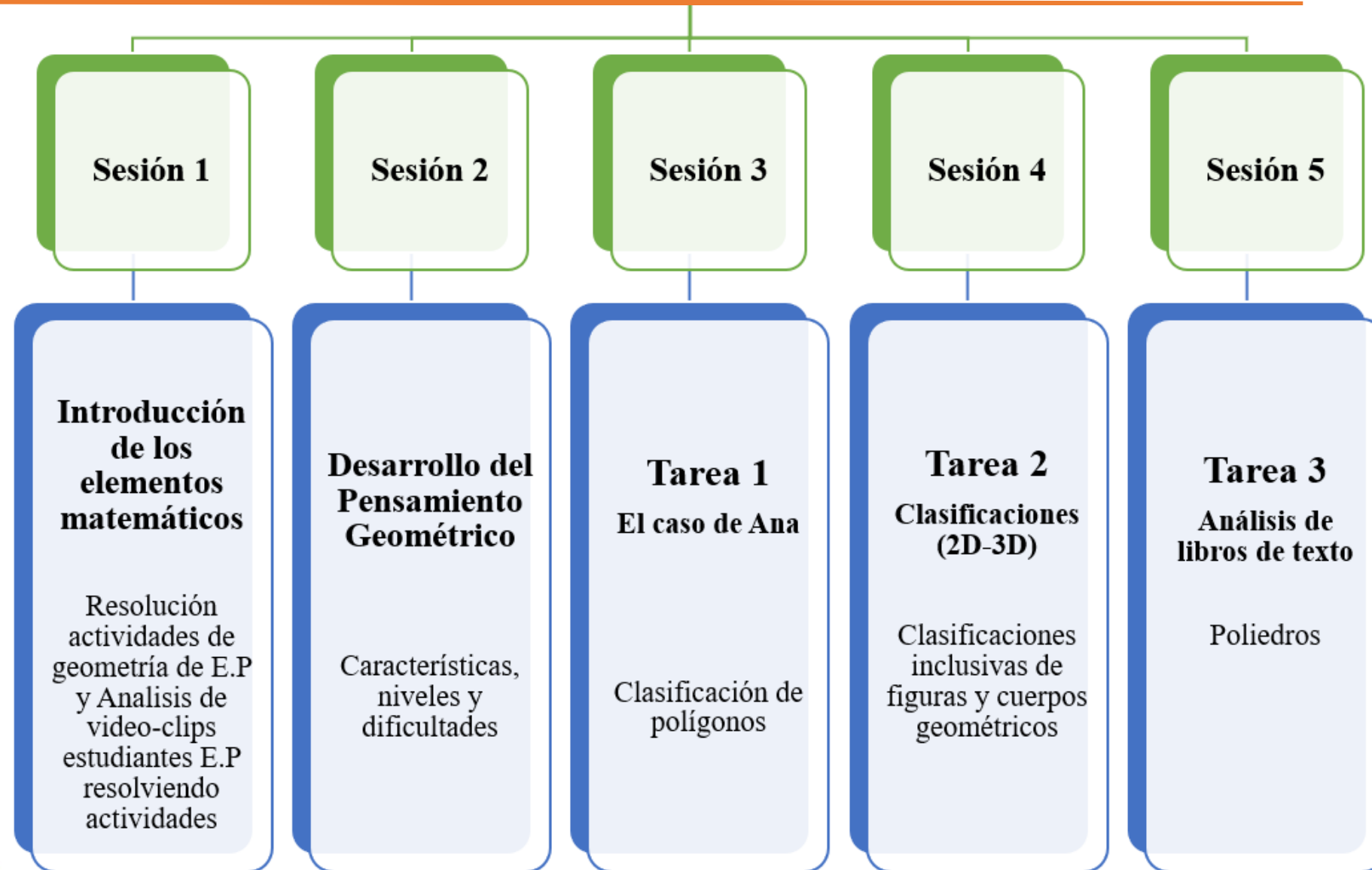
Actividad 3. Identificar fracciones

Objetivo: Reconocer que las partes en las que se divide el todo deben ser iguales en tamaño, pero no necesariamente tener la misma forma.

Actividad: Identifica $3/4$ en las siguientes figuras ¿Las figuras que has dibujado como $3/4$ son todas del mismo tamaño? ¿Cómo lo sabes?



Entorno de aprendizaje: Pensamiento Geométrico



Documento teórico: Niveles de Van Hiele

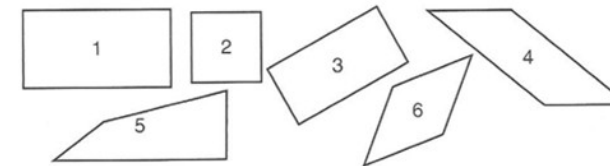
Niveles de desarrollo según Van Hiele

	<i>Definir</i>	<i>Clasificar</i>
Nivel 1 Los estudiantes reconocen las figuras como un todo	Sólo se da el nombre. Se define por semejanza a un objeto.	Visual. Disjunta.
Nivel 2 Los estudiantes reconocen las partes y las propiedades de las figuras	Se define por una lista de propiedades incluyendo propiedades redundantes	Disjunta usando propiedades de las figuras.
Nivel 3 Los estudiantes relacionan las propiedades de las figuras	Se da una definición matemática mediante el conjunto mínimo necesario de propiedades	Inclusiva. Relaciones entre las clases a partir de las propiedades de las definiciones.
Nivel 4 Los estudiantes comprenden y crean pruebas deductivas formales		

Características de cada nivel

Clasifican en base a semejanzas físicas globales sin un criterio aparente, “porque se parecen” siendo sus explicaciones ambiguas. Tienen dificultades en clasificar o diferenciar figuras no prototípicas.

Ejemplo 1. ¿Cuál de las siguientes figuras son rectángulos?



Estudiante: *Las figuras 1 y 2 son rectángulos. La figura 3 está un poco girada. Las figuras 5, 6 y 4 no son rectángulos.*

Maestro: *¿Por qué esas no son rectángulos?*

Estudiante: *Yo no lo sé porque no lo son. Esta (señalando la figura 4) podría ser un rectángulo si estuviera inclinado hacia arriba. Estos dos no lo son (señalando las figuras 5 y 6). No son ni casi rectángulos.*

Ejemplos de actividades para favorecer la progresión en el aprendizaje

Actividad 1. Foco de atención: Reconocer atributos de figuras geométricas

Tarjetas con dibujos de figuras geométricas variando los atributos: líneas rectas/curvas, figuras abiertas/cerradas, cóncavo/convexo, número de lados...

¿Qué tienen en común las dos primeras figuras que se diferencia de la tercera?

Líneas rectas/curvas	Líneas abiertas/cerradas	Líneas cruzadas y no cruzadas

Tarea 1: El caso de Ana

Representación de la práctica

Ana es maestra de 2º de Educación Primaria.

Ha planificado una lección para hoy con el objetivo de saber cómo sus alumnos reconocen y razonan con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono.

Ana ha decidido buscar diferentes momentos para realizar entrevistas clínicas a sus alumnos.

En la entrevista les propone la siguiente tarea.



Mirad estas figuras geométricas. Debéis agruparlas como queráis pero tenéis que decir por qué las agrupáis de esa manera.

Estudiante 1

Grupos de la estudiante 1

Vale, explícame, ¿cómo has agrupado?

Pues estos porque tienen algún lado curvo (1).

Estos porque se cruzan (2).

Estos porque están abiertos (3).

Y estos porque sus lados son rectos y no están abiertos, están cerrados (4).

Estudiante 2

Grupos del estudiante 2

Vale, explícame, ¿por qué has agrupado así?

Vale, me has agrupado poniendo seis fichas en un lado y seis fichas en otro.

Si.

Aquí hay seis (1) y aquí hay otras seis (2).

Estudiante 3

Grupos de la estudiante 3

Explícame, ¿por qué has agrupado así?

Todas estas son polígonos (1) y estas no (2).

Si, ya que un polígono es una figura plana, no cruzada y con todos los lados rectos. Y estas lo son (1), pero estas no (2).

¿Todos estos son polígonos (1)?

Tarea 1: Caso de Ana

Preguntas guía

C1- Describe la tarea en función del objetivo de aprendizaje: ¿Cuáles son los *elementos y procesos geométricos* que el resolutor debe usar para resolverla?

- Identifica las *características de los ejemplos de las figuras* usadas por la maestra y justifica su uso desde lo que la tarea exige a los estudiantes

C2- Describe cómo cada estudiante ha resuelto la tarea, identificando:

- **Cómo ha utilizado los elementos y procesos geométricos**, y las dificultades que ha tenido con ellos;
- **¿En qué nivel de desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías?** Justifica tu respuesta

C3- Teniendo en cuenta el nivel en el que has situado a los niños, **define un objetivo de aprendizaje para la lección siguiente y propón una actividad** (o modifica la propuesta inicialmente por Ana) para ayudar a que sus alumnos progresen en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Tarea 1: Caso de Ana

C1- Describe la tarea en función del objetivo de aprendizaje: ¿Cuáles son los elementos y procesos geométricos que el resolutor debe usar para resolverla?

- Identifica las características de los ejemplos de las figuras usadas por la maestra y justifica su uso desde lo que la tarea exige a los estudiantes

Es una tarea (abierta) de clasificación de 12 figuras con diferentes atributos:

- abiertas/cerradas,
- cruzadas y no cruzadas;
- todos los lados rectos/no todos los lados rectos),
- concavos/convexos, nº de lados,

(lo que permite reconocer si los estudiantes los IDENTIFICAN Y USAN)

En el caso de relacionarlos, podrían generar clasificaciones inclusivas

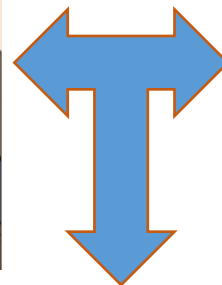
Demandar justificación (la maestra) permite determinar cómo los estudiantes generan explicaciones detalladas de las clasificaciones → (determinar si están en el nivel 2 de desarrollo de la comprensión de las figuras geométricas)



Tarea 1: Caso de Ana

C2- Describe cómo cada estudiante ha resuelto la tarea, identificando:

- **Cómo ha utilizado los elementos y procesos geométricos**, y las dificultades que ha tenido con ellos;
- **¿En qué nivel de desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías?** Justifica tu respuesta



	<i>Definir</i>	<i>Clasificar</i>
Nivel 1 Los estudiantes reconocen las figuras como un todo.	Sólo se da el nombre. Se define por semejanza a un objeto.	Visual. Disjunta.
Nivel 2 Los estudiantes reconocen las partes y las propiedades de las figuras	Se define por una lista de propiedades incluyendo propiedades redundantes	Disjunta usando propiedades de las figuras.
Nivel 3 Los estudiantes relacionan las propiedades de las figuras	Se da una definición matemática mediante el conjunto mínimo necesario de propiedades	Inclusiva. Relaciones entre las clases a partir de las propiedades de las definiciones.
Nivel 4 Los estudiantes comprenden y crean pruebas deductivas formales		

Identifica los atributos de manera individual, ya que hace 4 grupos independientes

- Empiezan a clasificar las figuras según sus atributos y a detallar las explicaciones de las clasificaciones.

NIVEL 2

Tarea 1: Caso de Ana

C2- Describe cómo cada estudiante ha resuelto la tarea, identificando:

- **Cómo ha utilizado los elementos y procesos geométricos**, y las dificultades que ha tenido con ellos;
- **¿En qué nivel de desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías?** Justifica tu respuesta

Estudiante 2

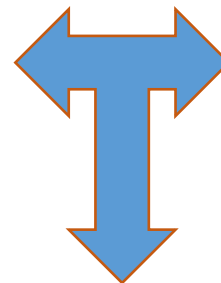
Grupos del estudiante 2

Vale, explícame, ¿por qué has agrupado así?

Vale, me has agrupado poniendo seis fichas en un lado y seis fichas en otro.

Si.

Aquí hay seis (1) y aquí hay otras seis (2).



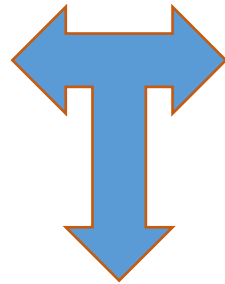
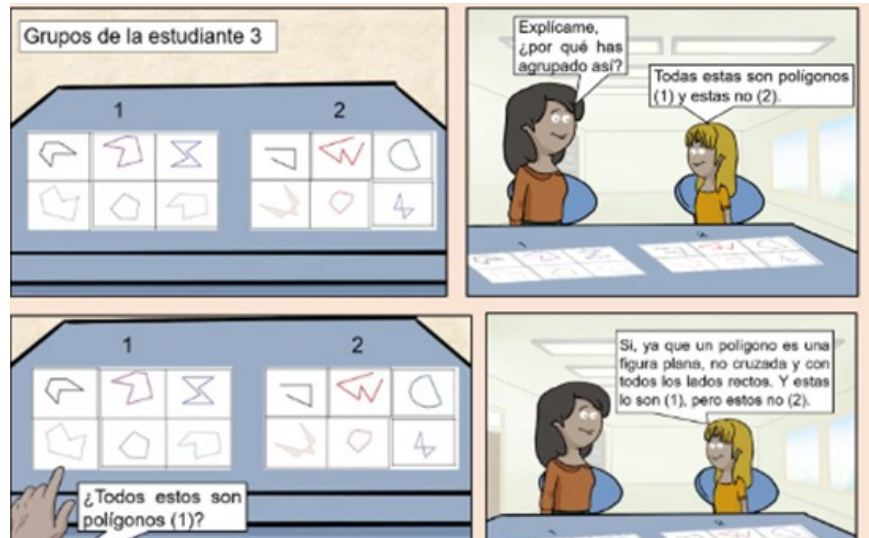
	<i>Definir</i>	<i>Clasificar</i>
Nivel 1 Los estudiantes reconocen las figuras como un todo	Sólo se da el nombre. Se define por semejanza a un objeto.	Visual. Disjunta.
Nivel 2 Los estudiantes reconocen las partes y las propiedades de las figuras	Se define por una lista de propiedades incluyendo propiedades redundantes	Disjunta usando propiedades de las figuras.
Nivel 3 Los estudiantes relacionan las propiedades de las figuras	Se da una definición matemática mediante el conjunto mínimo necesario de propiedades	Inclusiva. Relaciones entre las clases a partir de las propiedades de las definiciones.
Nivel 4 Los estudiantes comprenden y crean pruebas deductivas formales		

Agrupar sin un criterio aparente
NIVEL 1 ¿?

Tarea 1: Caso de Ana

C2- Describe cómo cada estudiante ha resuelto la tarea, identificando:

- **Cómo ha utilizado los elementos y procesos geométricos**, y las dificultades que ha tenido con ellos;
- **¿En qué nivel de desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías?** Justifica tu respuesta



	<i>Definir</i>	<i>Clasificar</i>
Nivel 1 Los estudiantes reconocen las figuras como un todo	Sólo se da el nombre. Se define por semejanza a un objeto.	Visual. Disjunta.
Nivel 2 Los estudiantes reconocen las partes y las propiedades de las figuras	Se define por una lista de propiedades incluyendo propiedades redundantes	Disjunta usando propiedades de las figuras.
Nivel 3 Los estudiantes relacionan las propiedades de las figuras	Se da una definición matemática mediante el conjunto mínimo necesario de propiedades	Inclusiva. Relaciones entre las clases a partir de las propiedades de las definiciones.
Nivel 4		

- Agrupa las figuras **usando explícitamente las definiciones**. No proporcionan atributos innecesarios al definir los polígonos (**Definir las figuras listando solo las propiedades necesarias y suficientes**)
- Agrupa de manera clara los polígonos y los no polígonos, y proporciona la definición de polígono sin incluir atributos irrelevantes, ni perceptuales

NIVEL 3

Tarea 1: Caso de Ana

C3- Teniendo en cuenta el nivel en el que has situado a los niños, **define un objetivo de aprendizaje para la lección siguiente y propón una actividad** (o modifica la propuesta inicialmente por Ana) para ayudar a que sus alumnos progresen en el desarrollo del pensamiento geométrico.

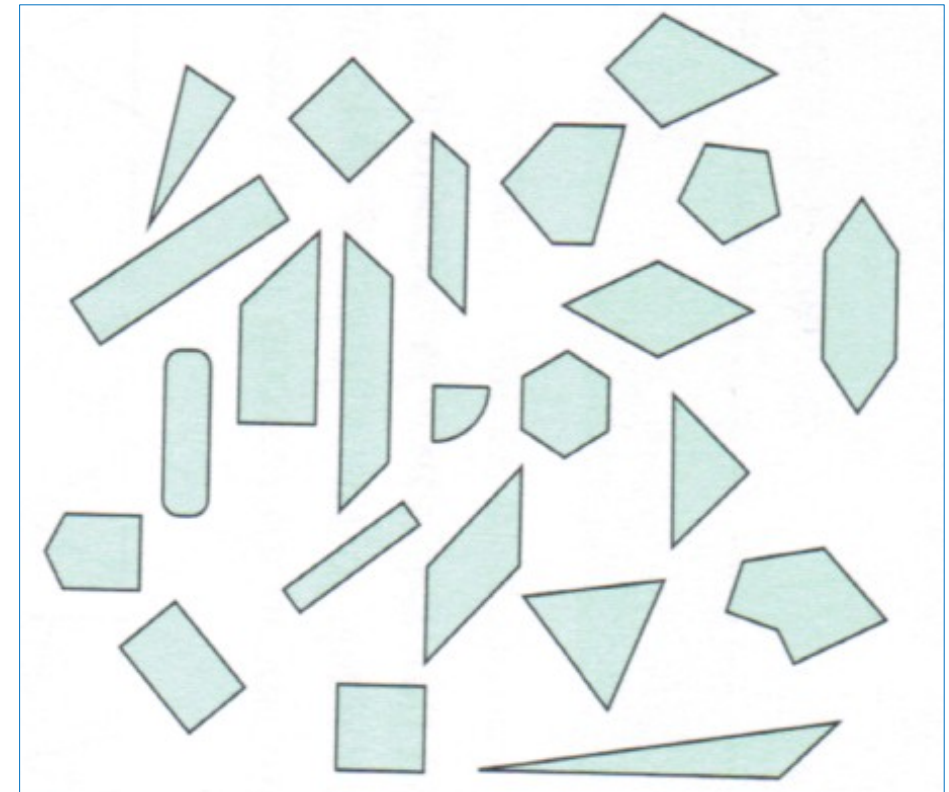
Estudiante 1- Nivel 2- progreso hacia el nivel 3

Objetivo de aprendizaje:

- Progresar desde el análisis de las figuras (N2) a usar explícitamente las definiciones para agrupar (N3) que implica usar simultáneamente varios atributos.
- Comprender la definición de polígono no proporcionando atributos irrelevantes

Actividad

Material: **Figuras geométricas recortadas en cartulina** (o dibujadas en forma de cartas de una baraja). Las **características de las figuras deben permitir generar diferentes criterios de clasificación** (con ejemplos y no-ejemplos representados en las figuras usadas)



A) El maestro/a proporciona el criterio:

- por el *número de lados*
- tener *al menos un ángulo recto*
- que *todos los ángulos sean rectos*

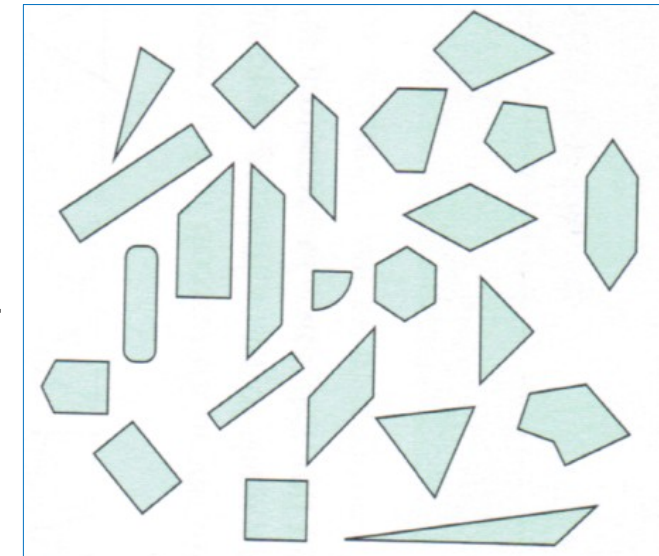
Maestro/a: *¿Por qué esta figura está aquí, y no en este otro grupo? (hacer explícito el atributo):*

B) El maestro/a proporciona un agrupamiento/clasificación y los alumnos deben generar el criterio que define dicha clasificación.

Maestro/a: Preguntando por las diferentes figuras si cumplen o no el criterio de estar en el grupo

C) Aplicar varios criterios de manera sucesiva para generar clasificaciones inclusivas: cuadriláteros, paralelogramo, lados iguales,...

D) Introducir la definición de polígono y usarla en las actividades anteriores. Hacer explícito el **concepto de polígono como conjunto mínimo de propiedades.**



Relación entre teoría y práctica: Principios de diseño en los programas de formación para desarrollar la competencia mirar profesionalmente situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Pedro Ivars
Dpto. Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante
Pere.ivars@ua.es

